



**ACTIVIDAD 7: Necesidad y aplicación de los números complejos**

**PLAN COMÚN**

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: 3° medio Fecha: \_\_\_\_\_

**Objetivos a Evaluar:**

- 1) IDENTIFICAR Y REPRESENTAR NÚMEROS COMPLEJOS, EN SU FORMA CANONICA O BINOMIAL
- 2) IDENTIFICAR Y REPRESENTAR NÚMEROS COMPLEJOS, EN SU FORMA DE PAR ORDENADO
- 3) IDENTIFICAR Y REPRESENTAR NÚMEROS COMPLEJOS, EN SU FORMA GRAFICA
- 4) RESOLVER PROBLEMAS DE ADICIÓN EN FORMA SIMBOLICA

**INSTRUCTIVO:**

DEBES LEER ATENTAMENTE TODA LA GUÍA, COMPLETAR Y RESOLVER CADA UNA DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA **DOS CLASES DE TRABAJO**

EN CASO DE TENER PREGUNTAS CON RESPECTO A LA GUÍA 6, PUEDES COMUNICARTE CON LA PROFESORA SUSY RUBIO C. ENVIANDO UN CORREO A [susy.rubio.liceoninas@gmail.com](mailto:susy.rubio.liceoninas@gmail.com) LOS LUNES DESDE LAS 16:00 HRS HASTA LAS 18:00. HRS.

EN EL CORREO ANTES MENCIONADO DEBES ENVIAR TUS RESPUESTAS Y/O SOLUCIONES DE ESTA GUIA. LA FECHA DE **RECEPCION** SERÁ INFORMADA POR TU PROFESOR(A) JEFE, **SOLO LAS RESPUESTAS EN WORD O FOTO**, INDICANDO CURSO, NOMBRE Y NÚMERO DE ACTIVIDAD.

RECUERDA LO MAS IMPORTANTE, ES QUE ESTE **TRABAJO ES INDIVIDUAL**, RESPETANDO EL PROCESO QUE ESTAMOS VIVIENDO, PERO ESO NO IMPIDE QUE PUEDES APOYARTE O CONSULTAR CON TUS COMPAÑERAS A TRAVÉS DE REDES SOCIALES.

## ACTIVIDAD 7: TERCERO MEDIO

**RECUERDA:** EN LA GUÍA 6 COMENZAMOS EL TRABAJO CON LA UNIDAD DE NÚMEROS COMPLEJOS, BÁSICAMENTE CONOCIENDO LA UNIDAD IMAGINARIA QUE PERMITE DETERMINAR EL VALOR DE UNA RAÍZ CUADRADA DE CANTIDAD SUB-RADICAL O RADICANDO NEGATIVO

índice  $\swarrow$

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \longleftarrow \text{raíz}$$

$\uparrow$   
radicando

RECUERDA LA RAÍZ CUADRADA O DE INDICE 2, SE ANOTA:

$$\sqrt{a}$$

Y UTILIZAMOS LAS POTENCIAS DE  $i$ , PUES SE DEFINIO  $i^2 = -1$  O LO QUE ES LO MISMO  $i = \sqrt{-1}$

EN ESTA GUÍA CONOCEREMOS LA REPRESENTACION DE UN NÚMERO COMPLEJO, PERO **SIN OLVIDAR** QUE ESTOS NÚMEROS NOS PERMITEN RESOLVER PROBLEMAS QUE NO TIENEN SOLUCIÓN EN LOS NÚMEROS REALES.

## NÚMERO COMPLEJO

TODO NÚMERO COMPLEJO SE DEFINE COMO LA SUMA DE UN NÚMERO REAL Y OTRO IMAGINARIO Y DESIGNA CON LA LETRA "z"

**Número Complejo**

$$z = a + bi$$

**Unidad Imaginaria**

**Parte Real**      **Parte Imaginaria**

**TODO NÚMERO COMPLEJO PUEDE SER REPRESENTADO DE TRES FORMAS:**

1) FORMA CANÓNICA O BINÓMICA:  $z = a + bi$  CON  $a, b$ , PERTENECIENTES A  $\mathbb{R}$  (CONJUNTO DE LOS NÚMERO REALES). POR EJEMPLO:

a)  $z = 2 + 3i$        $\longrightarrow$       **PARTE REAL 2**      **PARTE IMAGINARIA 3**

b)  $z = -4 - 5i$        $\longrightarrow$       **PARTE REAL -4**      **PARTE IMAGINARIA -5**

c)  $z = 5 - 4i$        $\longrightarrow$       **PARTE REAL 5**      **PARTE IMAGINARIA -4**

d)  $z = -2 + 6i$        $\longrightarrow$       **PARTE REAL -2**      **PARTE IMAGINARIA 6**

2) FORMA DE PAR ORDENADO: **(a, b)** CON **a, b**, PERTENECIENTES  $\mathbb{R}$ , EN ESTE CASO Y UTILIZANDO LOS MISMOS EJEMPLOS ANTERIORES, ES:

a)  $z = (2,3)$  → LA PRIMERA COORDENADA CORRESPONDE A LA PARTE REAL DEL COMPLEJO Y LA SEGUNDA COORDENADA CORRESPONDE A LA PARTE IMAGINARIA, DE LA QUE **SÓLO SE ESCRIBE EL NÚMERO REAL** QUE ACOMPAÑA A LA UNIDAD IMAGINARIA  $i$  (EN OTRAS PALABRAS, EN EL PAR ORDENADO NO SE ANOTA LA  $i$ )

b)  $z = (-4,-5)$  → LA PRIMERA COORDENADA CORRESPONDE A LA PARTE REAL DEL COMPLEJO Y LA SEGUNDA COORDENADA CORRESPONDE A LA PARTE IMAGINARIA, DE LA QUE **SÓLO SE ESCRIBE EL NÚMERO REAL** QUE ACOMPAÑA A LA UNIDAD IMAGINARIA  $i$  (EN OTRAS PALABRAS, EN EL PAR ORDENADO NO SE ANOTA LA  $i$ )

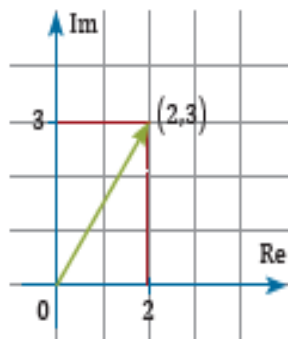
c)  $z = (5, -4)$  → LA PRIMERA COORDENADA CORRESPONDE A LA PARTE REAL DEL COMPLEJO Y LA SEGUNDA COORDENADA CORRESPONDE A LA PARTE IMAGINARIA, DE LA QUE **SÓLO SE ESCRIBE EL NÚMERO REAL** QUE ACOMPAÑA A LA UNIDAD IMAGINARIA  $i$  (EN OTRAS PALABRAS, EN EL PAR ORDENADO NO SE ANOTA LA  $i$ )

d)  $z = (-2,6)$  → LA PRIMERA COORDENADA CORRESPONDE A LA PARTE REAL DEL COMPLEJO Y LA SEGUNDA COORDENADA CORRESPONDE A LA PARTE IMAGINARIA, DE LA QUE **SÓLO SE ESCRIBE EL NÚMERO REAL** QUE ACOMPAÑA A LA UNIDAD IMAGINARIA  $i$  (EN OTRAS PALABRAS, EN EL PAR ORDENADO NO SE ANOTA LA  $i$ )

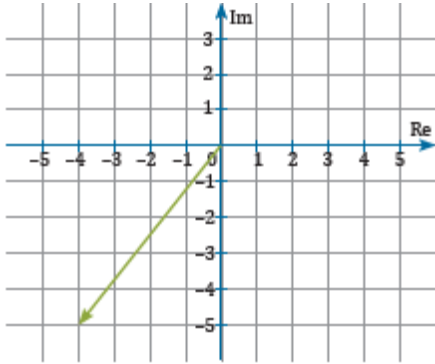
3) FORMA GRAFICA: GRAFICAMENTE UN NÚMERO COMPLEJO REPRESENTA UN VECTOR, SIGUIENDO CON LOS EJEMPLOS ANTERIORES

<https://www.youtube.com/watch?v=XFU7RfykSFM>

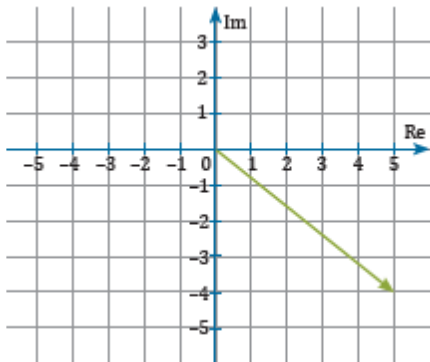
a) EL COMPLEJO REPRESENTA UN VECTOR QUE PARTE DESDE EL ORIGEN DEL SISTEMA COORDENADO HASTA EL PUNTO (2,3).



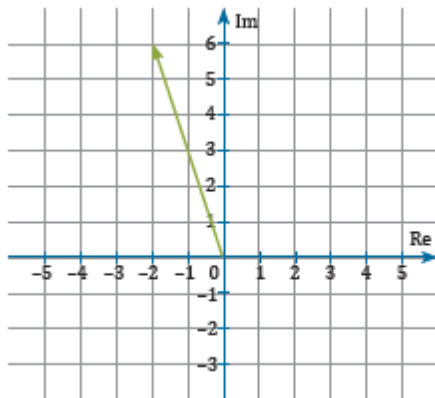
- b) EL COMPLEJO REPRESENTA UN VECTOR QUE PARTE DESDE EL ORIGEN DEL SISTEMA COORDENADO HASTA EL PUNTO (-4-5).




- c) EL COMPLEJO REPRESENTA UN VECTOR QUE PARTE DESDE EL ORIGEN DEL SISTEMA COORDENADO HASTA EL PUNTO (5.-4)



- d) EL COMPLEJO REPRESENTA UN VECTOR QUE PARTE DESDE EL ORIGEN DEL SISTEMA COORDENADO HASTA EL PUNTO (-2,6)



**OJO  : HAY QUE TENER EN CONSIDERACIÓN UN CONCEPTO MUY IMPORTANTE, ESTE SISTEMA COORDENADO SE PARECE MUCHO AL PLANO CARTESIANO, PERO ES DIFERENTE EN SU CONCEPCIÓN... SUS EJES SON EL EJE REAL (RE) Y EL EJE IMAGINARIO (IM), PERO FUNCIONAN EN FORMA IDENTICA AL SISTEMA CARTESIANO REAL (abscisas(x), ordenadas(y))**

## PRIMERA CLASE

### NOTA:

- 1) SE CONOCE COMO **IMAGINARIO PURO** A TODOS AQUELLOS CUYA PARTE REAL ES CERO, POR EJEMPLO:

$$Z = 0 - 12i = -12i = (0, -12)$$

- 2) SE CONOCE COMO **REAL PURO** A TODOS AQUELLOS CUYA PARTE IMAGINARIA ES CERO, POR EJEMPLO:

$$Z = 12 - 0i = 12 = (12, 0)$$

### ACTIVIDADES: AHORA TE TOCA A TI

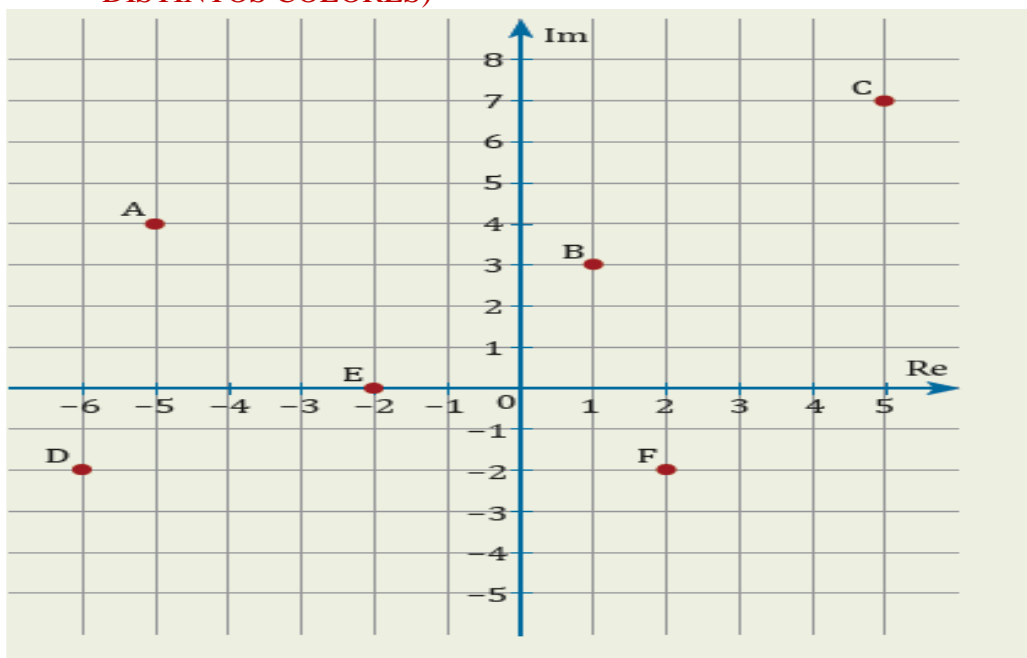
- 1) ESCRIBIR EN FORMA BINÓMICA Y LUEGO REPRESENTAR EN EL PLANO COMPLEJO, CADA UNO DE LOS SIGUIENTES NÚMEROS COMPLEJOS:

a.  $(-3, 5)$       b.  $(7, -7)$       c.  $(0, 4)$       d.  $(-5, 6)$       e.  $(\frac{1}{2}, \frac{-7}{4})$

- 2) ESCRIBIR EN FORMA DE PAR ORDENADO CADA COMPLEJO, Y REPRESENTAR GRAFICAMENTE:

a.  $7$       b.  $0 + 4i$       c.  $-2i$       d.  $-6 + \sqrt{64}i$

- 3) A CONTINUACIÓN, SE HAN REPRESENTADO LOS PUNTOS CORRESPONDIENTES A LOS PARES ORDENADOS QUE REPRESENTAN A ALGUNOS COMPLEJOS. EXPRESALOS EN FORMA CANÓNICA Y DIBUJA EL VECTOR CORRESPONDIENTE: **(SI HACES TODOS LOS VECTORES EN UN SOLO SISTEMA, POR FAVOR UTILIZA DISTINTOS COLORES)**



## SEGUNDA CLASE:

### ADICIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS

#### LA SUMA O ADICIÓN:

PARA SUMAR DOS O MÁS NÚMEROS COMPLEJOS, ES NECESARIO CONSIDERAR SUS **PARTES REALES Y SUS PARTES IMAGINARIAS POR SEPARADO**, Y EFECTUAR LA OPERACION INDICADA ENTRE ELLOS, POR EJEMPLO, SI SUMAMOS LOS NÚMEROS COMPLEJOS  $z_1 = 2 + 3i$  Y  $z_2 = 7 - 9i$

#### DESARROLLO:

$$\begin{aligned}z_1 + z_2 &= (2 + 3i) + (7 - 9i) \\ &= (2+7)+(3i-9i) \\ &= 9 + -6i\end{aligned}$$

- 1) LAS PARTES **REALES** SON RESPECTIVAMENTE, **2 Y 7**, Y AL SUMAR ESTOS NÚMEROS **OBTENEMOS 9**.
- 2) DE LA MISMA FORMA SUMANDO LAS PARTES **IMAGINARIAS 3 Y - 9**, OBTENEMOS **- 6**.
- 3) ASI, HEMOS OBTENIDO EL NÚMERO COMPLEJO DE PARTE **REAL 9** Y PARTE **IMAGINARIA - 6**.
- 4) COMO VES EL RESULTADO OBTENIDO TAMBIÉN ES UN NÚMERO COMPLEJO, SIENDO ESTA **UNA PROPIEDAD** MUY IMPORTANTE, LLAMADA PROPIEDAD **DE CLAUSURA**.

#### LA ADICIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS ES COMO LA ADICIÓN ALGEBRAICA,

$$\begin{aligned}3x - 2y + 5x + 5y - 10x + 15y &= (3x+5x-10x)+(-2y+5y+15y) && \text{reunir los términos semejantes} \\ &= (8x-10x)+(-2y+20y) && \text{reducción de términos semejantes} \\ &= -2x + 18y && \text{reducción de términos semejantes}\end{aligned}$$



**TODO RESPETANDO LAS REGLAS DE SUMA Y RESTA Y SUMAR DOS COMPLEJOS ES LO MISMO:**  
**LOS REALES CON LOS REALES Y LOS IMAGINARIOS CON LO IMAGINARIOS**

**VES LA SIMILITUD!!!**

## ACTIVIDADES: AHORA TE TOCA A TI

- 1) SUMAR LOS NÚMEROS COMPLEJOS EN FORMA BINOMIAL Y COMO PAR ORDENADO DE FORMA SIMBÓLICA Y COMPLETAR LA SIGUIENTE TABLA:

FORMA BINOMIAL	COMO PAR ORDENADO	RESULTADO EN FORMA BINOMIAL	RESULTADO COMO PAR ORDENADO
$(1+3i)+(2+i)$			
	$(-2,4) + (3,-8)$		
		$-2+i$	
			$(0,-1)$

### RETO PERSONAL:

1) EN CADA EJEMPLO, ENCUENTRA EL NÚMERO COMPLEJO  $z$  QUE CUMPLE CON LA CONDICIÓN DADA:

a.  $-3+3i=(1+i)+z$

b.  $3z=-i-(2+i)$

2) ¿CÓMO RESOLVERÍAS  $z_1 - z_2$  SABIENDO QUE  $z_1 = -1+3i$  Y  $z_2 = -2+i-(4+xi)$ ?



### REFLEXION FINAL:

- ¿CON QUÉ RELACIONAS LO TRABAJADO EN ESTA GUÍA, HACIENDO COMPARACIONES CON AÑOS ANTERIORES?
- ¿QUÉ HACES TU PARA LLEGAR A LAS INFORMACIÓN SOLICITADA?
- ¿QUÉ TE RESULTO MÁS FÁCIL?
- ¿QUÉ TE RESULTO MÁS COMPLEJO?

SEÑALA POR LO MENOS DOS CONCEPTOS APRENDIDOS O RECORDADOS



**TU QUIERES ... TU PUEDES**