



ACTIVIDAD 8: Necesidad y aplicación de los números complejos

PLAN COMÚN

Nombre: _____ Curso: 3° medio Fecha: _____

Objetivos a Evaluar:

- 1) *RESOLVER PROBLEMAS DE ADICIÓN EN FORMA SIMBOLICA CON NÚMEROS COMPLEJOS*
- 2) *RESOLVER PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN EN FORMA SIMBOLICA CON NÚMEROS COMPLEJOS*

INSTRUCTIVO:

DEBES LEER ATENTAMENTE TODA LA GUÍA, COMPLETAR Y RESOLVER CADA UNA DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA **DOS CLASES DE TRABAJO**

EN CASO DE TENER PREGUNTAS CON RESPECTO A LA GUÍA 6, PUEDES COMUNICARTE CON LA PROFESORA **SUSY RUBIO C.** ENVIANDO UN CORREO A susy.rubio.liceoninas@gmail.com LOS LUNES DESDE LAS 16:00 HRS HASTA LAS 18:00. HRS.

EN EL CORREO ANTES MENCIONADO DEBES ENVIAR TUS RESPUESTAS Y/O SOLUCIONES **DE ESTA GUIA. LA FECHA DE RECEPCION SERÁ INFORMADA POR TU PROFESOR(A) JEFE, SOLO LAS RESPUESTAS EN WORD O FOTO, INDICANDO CURSO, NOMBRE Y NÚMERO DE ACTIVIDAD.**

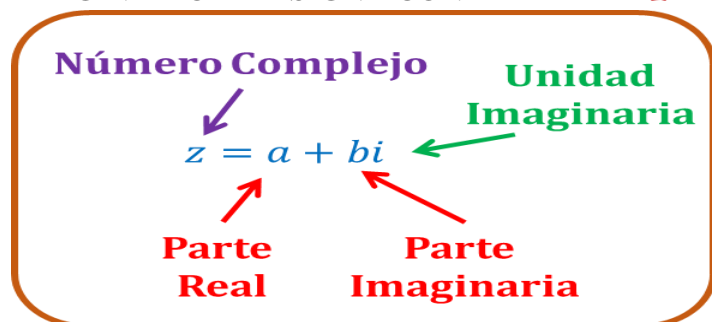
RECUERDA LO MAS IMPORTANTE, ES QUE ESTE **TRABAJO ES INDIVIDUAL**, RESPETANDO EL PROCESO QUE ESTAMOS VIVIENDO, PERO ESO NO IMPIDE QUE PUEDES APOYARTE O CONSULTAR CON TUS COMPAÑERAS A TRAVÉS DE REDES SOCIALES.

ACTIVIDAD 8: TERCERO MEDIO

RECUERDA: PARA TRABAJAR LA GUÍA 8 ES MUY IMPORTANTE QUE TENGAS A MANO LAS GUÍAS NUMERO 6 Y 7.

SOBRE TODO, RECORDAR:

TODOS NÚMERO COMPLEJO SE DEFINE COMO LA SUMA DE UN NÚMERO REAL Y OTRO IMAGINARIO Y DESIGNA CON LA LETRA "z"



TODOS NÚMERO COMPLEJO PUEDE SER REPRESENTADO DE TRES FORMAS:

- 1) FORMA CANÓNICA O BINÓMICA: $z = a + bi$ CON a, b , PERTENECIENTES A \mathbb{R} (CONJUNTO DE LOS NÚMERO REALES).
- 2) FORMA DE PAR ORDENADO: (a, b) CON a, b , PERTENECIENTES A \mathbb{R} ,
- 3) FORMA GRAFICA QUE REPRESENTA UN VECTOR

LA SUMA O ADICIÓN:

PARA SUMAR DOS O MÁS NÚMEROS COMPLEJOS, ES NECESARIO CONSIDERAR SUS ***PARTES REALES Y SUS PARTES IMAGINARIAS POR SEPARADO***, Y EFECTUAR LA OPERACION INDICADA ENTRE ELLOS.

INSISTO TODO ESTO, EN GUÍAS 6 Y 7

PARA HOY NUEVAS CARACTERISTICAS DE UN NÚMERO COMPLEJO:

- 1) **INVERSO ADITIVO** DE UN NÚMERO COMPLEJO U OPUESTO, ES EL MISMO COMPLEJO, PERO AMBAS PARTES YA SEAN REAL E IMAGINARIA, **CAMBIAN DE SIGNO**

EJEMPLOS:

| NÚMERO COMPLEJO | INVERSO ADITIVO |
|-------------------|---|
| $Z_1 = -13 + 14i$ | $-Z_1 = -(-13 + 14i) = 13 - 14i$ ó $13 - 14i$ |
| $Z_1 = -3 - 4i$ | $-Z_1 = -(-3 - 4i) = 3 + 4i$ |
| $Z_1 = (9, 8)$ | $-Z_1 = -(9, 8) = (-9, -8)$ |
| $Z_1 = (10, -1)$ | $-Z_1 = -(10, -1) = (-10, 1)$ |

SI $Z_1 = a + bi$ ES EL COMPLEJO, SU INVERSO SE ANOTA $-Z_1 = -a - bi$
SI $Z_1 = (a, b)$ ES EL COMPLEJO, SU INVERSO SE ANOTA $-Z_1 = (-a, -b)$

- 2) **CONJUGADO DE UN NÚMERO COMPLEJO**
 ES EL MISMO NÚMERO COMPLEJO, **SÓLO CABIO EL SIGNO DE LA PARTE IMAGINARIA**

EJEMPLOS:

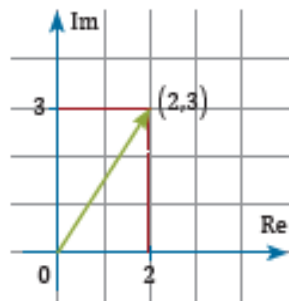
| NÚMERO COMPLEJO | INVERSO ADITIVO |
|-----------------------|----------------------------|
| $Z_{1=} - 13 + 14 i.$ | $\bar{Z}_{1=} - 13 - 14 i$ |
| $Z_{1=} - 3 - 4 i$ | $\bar{Z}_{1=} - 3 + 4 i$ |
| $Z_1 = (9,8)$ | $\bar{Z}_{1=} (9,-8)$ |
| $Z_{1=} (10,-1)$ | $\bar{Z}_{1=} (10,1)$ |

SI $Z_1=a+bi$ ES EL COMPLEJO, SU CONJUGADO SE ANOTA $\bar{Z}_1 = a+-bi$
 SI $Z_1=(a,b)$ ES EL COMPLEJO, SU CONJUGADO SE ANOTA $\bar{Z}_1 =(a,-b)$

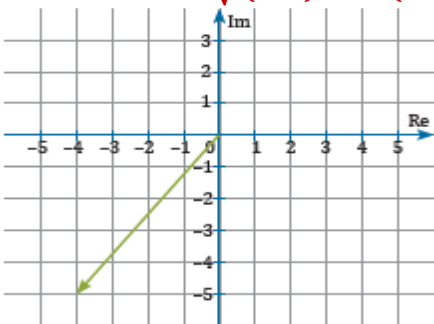
- 3) **MÓDULO DE UN COMPLEJO**
 COMO LOS NÚMEROS COMPLEJOS PUEDEN REPRESENTARSE COMO UN VECTOR, ENTONCES TENDRAN MÓDULO, DIRECCIÓN Y SENTIDO.

OBSERVA LA SIGUIENTE REPRESENTACION GRAFICA DEL COMPLEJO $z = a + b i$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$



$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-5)^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$$



SI $Z_1=a+bi$ ES EL COMPLEJO, SU MÓDULO SE ANOTA $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
 SI $Z_1=(a,b)$ ES EL COMPLEJO, SU MÓDULO SE ANOTA $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

OJO : COMO EL MÓDULO DE UN COMPLEJO REPRESENTA UNA LONGITUD, SIEMPRE SERÁ POSITIVO

PRIMERA CLASE

EJEMPLO RESUELTO

Si $z_1 = 4 - 5i$, $z_2 = -3i$ Determinar el valor de:

$\overline{(z_1+z_2)} = \overline{(4-5i) + (0-3i)}$ igual como has aprendido con otros contenidos, se comienza de adentro hacia afuera

$$\begin{aligned} &= \overline{4-8i} && \text{sumas lo real con lo real } 4+0 \text{ y lo imaginario con lo imaginario } -5+-3 \\ &= 4+8i && \text{aplicar el conjugado} \end{aligned}$$

ACTIVIDADES: AHORA TE TOCA A TI

1) DETERMINEN EL MÓDULO DE LOS SIGUIENTES COMPLEJOS

A. $2-5i$ B. 4 C. $-5-6i$ D. $-9i$ E. $-8+3i$

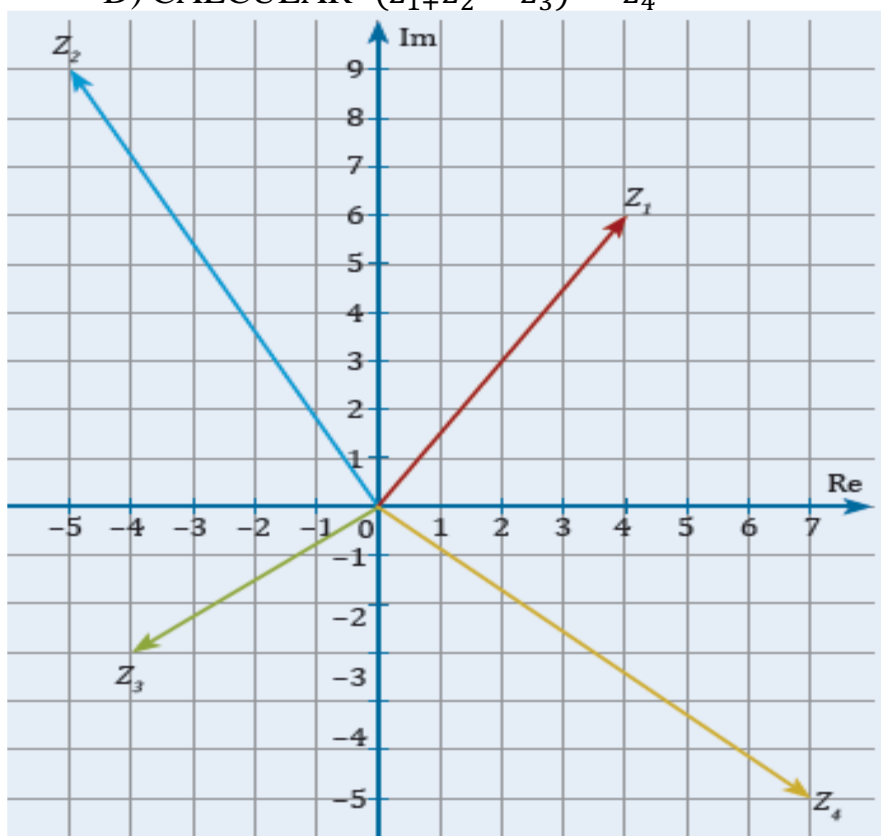
2) DADOS LOS COMPLEJOS DE LA GRÁFICA, DETERMINEN:

A) SU INVERSO ADITIVO Y SU GRÁFICA

B) SU CONJUGADO Y SU GRÁFICA

C) SU MÓDULO

D) CALCULAR $\overline{(z_1+z_2 - z_3)} - z_4$



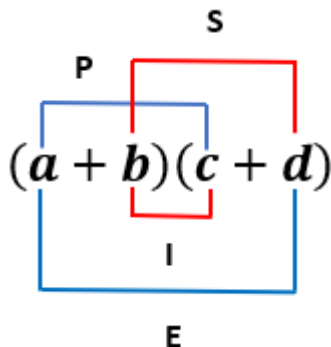
SEGUNDA CLASE:

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS

PRIMERO RECUERDA SIEMPRE:

- 1) UN COMPLEJO ES UN BINOMIO DE LA FORMA: $a+bi$
- 2) $i^2 = -1$

PARA MULTIPLICAR DOS NÚMEROS COMPLEJOS, ES NECESARIO CONSIDERAR LA MULTIPLICACION ALGEBRAICA DE DOS BINOMIOS, ESTO ES EL PRODUCTO TERMINO A TERMINO



$$= ac + ad + bc + bd$$

y luego reunir términos semejantes
o recurrir a las fórmulas de productos
notables

<https://www.youtube.com/watch?v=WsLxwEHznvE>

<https://www.youtube.com/watch?v=I1L8F3o93q0>

DESARROLLO:

SEAN LOS COMPLEJOS: $z_1 = 5 - 2i$ Y $z_2 = -3 + 4i$

CALCULAR EL VALOR DE SU PRODUCTO

$$\begin{aligned}(5-2i) \cdot (-3+4i) &= 5 \cdot (-3) + 5 \cdot 4i + (-2i) \cdot (-3) + (-2i) \cdot 4i \\ &= -15 + 20i + 6i + 8i^2 \\ &= -15 + 26i + 8 \cdot (-1) \\ &= -15 + 26i - 8 \\ &= -23 + 26i\end{aligned}$$

*multiplico término a término
resuelvo aplicando regla de signos
reducir y cambio $i^2 = -1$
multiplico
finalmente vuelvo a reducir*

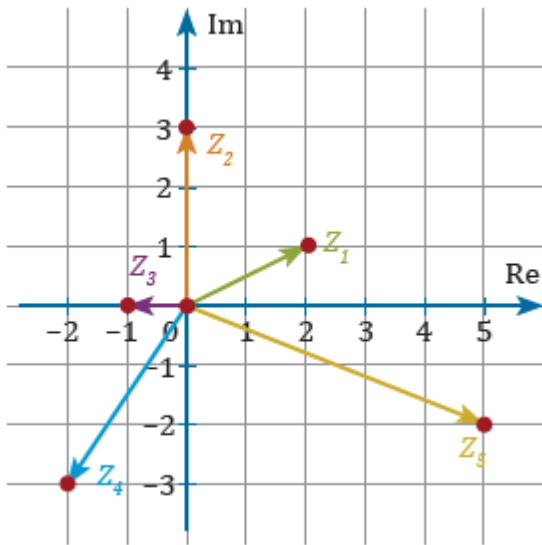
<https://www.youtube.com/watch?v=38DPFbTKUpQ>

ACTIVIDADES: AHORA TE TOCA A TI

1) DADOS LOS SIGUIENTES COMPLEJOS DE LA FIGURA, DETERMINA EL RESULTADO DE LAS SIGUIENTES OPERATORIAS DE COMPLEJOS:

a. $(z_1 + z_5) (z_4 - z_2) \cdot \bar{z}_3$ recuerda de adentro hacia afuera respetando prioridades y signos, ser ordenada

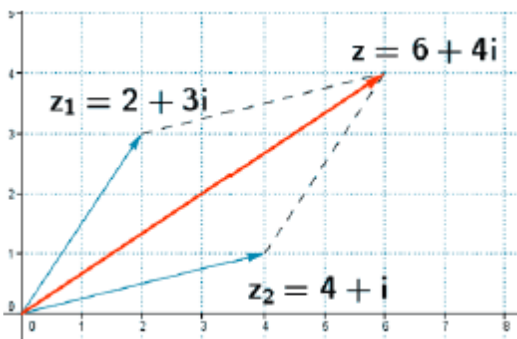
b. $2(z_1 \cdot z_2 + z_3) - 3(z_4 + z_5)$ recuerda de adentro hacia afuera respetando prioridades y signos, ser ordenada





RETO PERSONAL:

- 1) OBSERVA LA SIGUIENTE REPRESENTACIÓN Y VERIFICA LA VERACIDAD O FALSEDAZ DE LA SIGUIENTE CONJETURA “ES CORRECTO DECIR QUE $z = z_1 + z_2$ CORRESPONDE A UNA REPRESENTACIÓN VECTORIAL DE LA DIAGONAL DE UN PARALELOGRAMO” EXPLICA.



- 2) CONSIDERE LOS VECTORES $u = (2, -1)$, $v = (-8, 5)$ y $w = (-5, -3)$. ¿CUÁL DE LOS SIGUIENTES VECTORES CORRESPONDE AL VECTOR $(2u - v + 3w)$?

- A) (-3, -6)
- B) (-3, 1)
- C) (-3, -16)
- D) (-19, -6)
- E) (-19, -16)

EJEMPLO EN ENSAYO PSU DE TRANSICIÓN PUBLICADO EN DEMRE

REFLEXION FINAL:

- ¿CON QUÉ RELACIONAS LO TRABAJADO EN ESTA GUÍA, HACIENDO COMPARACIONES CON AÑOS ANTERIORES?
- ¿QUÉ HACES TU PARA LLEGAR A LAS INFORMACIÓN SOLICITADA?
- ¿QUÉ TE RESULTO MÁS FÁCIL?
- ¿QUÉ TE RESULTO MÁS COMPLEJO?

SEÑALA POR LO MENOS DOS CONCEPTOS APRENDIDOS O RECORDADOS



TU QUIERES ... TU PUEDES