LICEO DE NIÑAS DE RANCAGUA

UNIDAD TÉCNICA PEDAGÓGICA Asignatura: Matemática

ACTIVIDAD 6

Nombre: __________________________ Curso: 4°medio __ Fechas: __/__/2020

Objetivos a Evaluar:

- Reconocer e Identificar una Progresión Aritmética

INSTRUCTIVO:

DEBES LEER ATENTAMENTE TODA LA GUÍA, COMPLETAR Y RESOLVER CADA UNA DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA DOS SEMANAS DE TRABAJO

EN CASO DE TENER PREGUNTAS CON RESPECTO A LA GUÍA 6, PUEDES COMUNICARTE CON LA PROFESORA **Mónica González** ENVIANDO UN CORREO A cuartoaln2020@gmail.com LOS LUNES DESDE LAS 16:00 HRS HASTA LAS 18:00. HRS.

EN EL CORREO ANTES MENCIONADO DEBES ENVIAR TUS RESPUESTAS Y/O SOLUCIONES **DE ESTA GUIA. LA FECHA DE RECEPCION SERÁ EL DÍA 01 DE JUNIO DEL 2020, SOLO LAS RESPUESTAS EN WORD O FOTO, INDICANDO CURSO, NOMBRE Y NÚMERO DE ACTIVIDAD.**

RECUERDA LO MAS IMPORTANTE, ES QUE ESTE ***TRABAJO ES INDIVIDUAL,*** RESPETANDO EL PROCESO QUE ESTAMOS VIVIENDO, PERO ESO NO IMPIDE QUE PUEDAS APOYARTE O CONSULTAR CON TUS COMPAÑERAS A TRAVÉS DE REDES SOCIALES.

IMPORTANTE: RECUERDA QUE ESTE MATERIAL ES UN CONTINUO DE LOS ANTERIORES, ASÍ QUE RECUERDA TENERLO A MANO PARA RESOLVER ESTA ACTIVIDAD.

PROPUESTA:

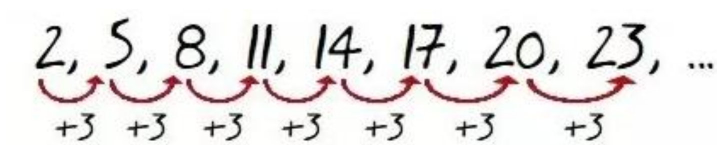
"En una clase de Matemática de un tercero básico, el profesor propone a sus estudiantes la siguiente situación: ***"¿Cuánto sumarán los primeros* 100 *números naturales?"***. Cada estudiante dio lo mejor de sí comenzando sus cálculos, pero en un tiempo récord, uno de ellos levanta su mano y dice: ***"El resultado es* 5050*".*** El profesor asombrado de su estudiante, le dice que debe esperar que finalice la clase para comprobar, que fue el tiempo estimado para la actividad. Al término de la clase, todos comprobaron que aquel estudiante siempre tuvo la razón. Pero… ¿Qué fue lo que hizo?

Para comprender su propuesta, necesitamos definir algunos conceptos.

PROGRESIÓN ARITMÉTICA (P.A)

Se define como P.A a una sucesión en la que cada término (excepto el primero) se obtiene sumando al término anterior un determinado número. A este le llamamos ***diferencia*** $(\boldsymbol{d})$ y puede ser positivo o negativo.

Ejemplo:



Donde la sucesión es:

$$a_1 = 2$$
$$a_2 = 5$$
$$a_3 = 8$$
$$\vdots$$

Pero: $d = 3$

Desarrollada es:

$$a_1 = 2$$
$$a_2 = a_1 + d = 2 + 3 = 5$$
$$a_3 = a_2 + d = 5 + 3 = 8$$
$$\vdots$$

Por lo tanto, podemos formalizar a una P.A de la siguiente manera:

$$a_{1=}primer\ término$$
$$a_2 = a_1 + d$$
$$a_3 = a_2 + d$$
$$\vdots$$

$$a_n = a_{n-1} + d$$

Por lo tanto, la fórmula o regla general de una Progresión Aritmética es:

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + d;\ \text{entiendiendo que } n \geq 2}$$

Pues el primer término $(n = 1)$ está dado en la progresión y es necesario para calcular a partir de él los demás términos de la sucesión

Considerando la Progresión Aritmética $S_n = a_1,\ a_2, a_3, \cdots, a_{n-1}, a_n$ de diferencia d, siempre podemos encontrar la diferencia como:

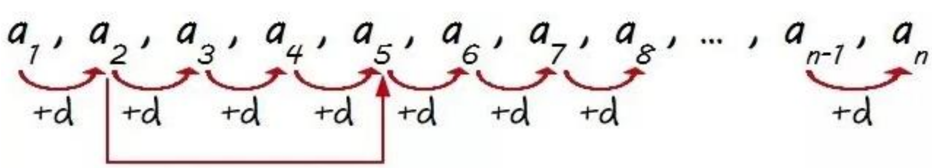
$$\boxed{d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \cdots = a_n - a_{n-1}}$$

Pues, si retomamos el ejemplo inicial obtenemos:

$$5 - 2 = 8 - 5 = 11 - 8 = 14 - 11 = 17 - 14 = 20 - 17 = 23 - 20 = 3$$

Considerando nuestro ejemplo, si se nos pidiese calcular el quinto término de la sucesión a partir del segundo, sin calcular a_3 ni a_4, podemos observar lo siguiente:

$\boldsymbol{S_n} = \mathbf{2}, \mathbf{5}, \dots, \dots, \boldsymbol{a_5}$, considerando que $\boldsymbol{d} = \mathbf{3}$, podemos asumir lo siguiente:



Por lo tanto, considerando nuestro ejemplo:

$$a_5 = a_2 + (5 - 2) \cdot d = a_2 + 3d \rightarrow a_5 = 5 + 3 \cdot 3 = 14$$

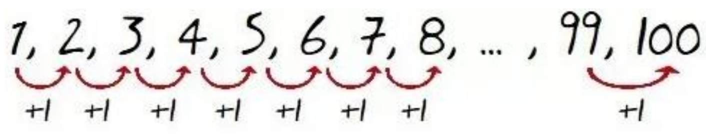
De igual modo, si quisiéramos calcular el octavo término de la sucesión, a partir del tercero tenemos que:

$$a_8 = a_3 + (8 - 3) \cdot d \rightarrow a_8 = 8 + 5 \cdot 3 = 23$$

Generalizando, cualquier término de la P.A se puede obtener:

$$\boxed{a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d}$$

Retomemos nuestra propuesta inicial. Lo que propuso este estudiante no fue más que una *Progresión Aritmética* con $a_1 = 1\ y\ d = 1$.



Sin embargo, este estudiante notó que, si sumaba el primer término con el último, el segundo con el antepenúltimo, y así sucesivamente, el resultado siempre era el mismo. Es decir,

$$a_1 + a_{100} = a_2 + a_{99} = a_3 + a_{97} = \cdots = 101$$

Siguiendo su idea de sumar los términos de la sucesión, podemos observar que la suma se puede escribir de dos formas:

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + \cdots + a_2 + a_1$$

Sumando hacia abajo tenemos:

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \cdots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1)$$

Si reescribimos los términos centrales, tenemos lo siguiente:

$\boldsymbol{a_2 = a_1 + d}$ y $\boldsymbol{a_{n-1} = a_n - d}$ al sumar esa expresión su resultado es:

$$a_2 + a_{n-1} = a_1 + \cancel{d} + a_n - \cancel{d} = a_1 + a_n$$

En cada una de las sumas centrales, las diferencias se anularán y sólo tendremos la expresión $(a_1 + a_n)$ por cada término, es decir n veces. Luego, la suma inicial, podemos escribirla de la siguiente manera:

$$2S_n = (a_1 + a_n) \cdot n$$

Despejando la *suma*, obtenemos la fórmula pensada por aquel estudiante:

$$\boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n}$$

En el caso de nuestra propuesta es:

$$S_n = \frac{(1 + 100)}{2} \cdot 100 = 101 \cdot 50 = 5050$$

DATO CURIOSO: La propuesta fue un hecho verídico, ocurrió en una clase de matemática de un tercero básico en 1786. El estudiante que pensó esta progresión fue el Matemático Gauss a sus 9 años

EN RESUMEN:

- La fórmula General de una P.A es : $a_n = a_{n-1} + d$

- Para encontrar un término cualquiera puedes usar: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

- La suma de los n primeros términos es : $S_n = \frac{(a_1+a_n)}{2} \cdot n$

ACTIVIDAD

I. Considere la sucesión $a = 100, 97, 94, 91, 88, \ldots$ sabiendo que es una P.A. Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas. (Realiza tus desarrollos para justificar tus afirmaciones)

   a. La diferencia es $d = -3$
   b. $a_{50} = -47$
   c. La suma de los 50 primeros términos es 1325

II. Sea la sucesión $a_n = 5n - 4$

   a. Determinar si es una P.A
      i. Si es una P.A, calcular los 100 primeros términos

III. Sea una P.A tal que $a_{12} = 10$ y $d = 3$

   a. Calcular a_1
   b. Calcular a_n
   c. Calcular la suma de los 100 primeros términos

Antes de finalizar nuestra actividad te invito a responder las siguientes preguntas:

a) *¿Qué te resultó más fácil, ¿por qué?*

b) *Qué te resultó más complejo, ¿por qué?*

CORREO PARA ENVIO DE ACTIVIDAD:

cuartoaln2020@gmail.com

Si deseas recurrir a tu texto te recomiendo usar este link

www.mineduc.cl