ACTIVIDAD 1

Nombre: __________________________ Curso: 4°medio __ Fechas: __/__/2020

Objetivos a Evaluar:
- Retroalimentar problemas de aplicación que involucren utilizar la ecuación de la recta para determinar algebraicamente la Función Lineal y Afín en ejercicios tipo Prueba de Transición Universitaria.

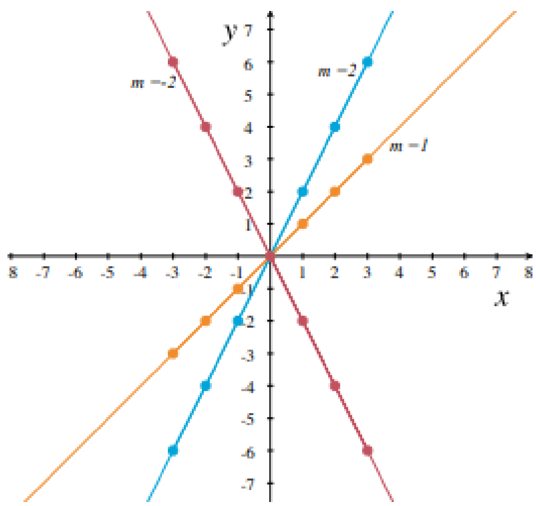
INSTRUCTIVO:
El objetivo de este taller es fomentar el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas de modo que se fortalezca el desempeño en la Prueba de Transición Universitaria de Matemática, considerando las fortalezas y debilidades de cada estudiante de cuarto medio. Solicitamos tu colaboración y trabajo **a consciencia** durante este proceso. Para esto, debes leer atentamente **TODA** la guía, resolver cada uno de los ejercicios mostrando tus desarrollos y cálculos de manera clara para favorecer a la futura retroalimentación. Este material debe ser trabajado en un período de __ minutos en el momento que usted pueda hacerlo, considerando una concentración y un tiempo determinado “sin interrupciones” resolviéndolo de manera continua. Una vez finalizado, debe enviarlo a la profesora **Mónica González** al correo ***cuartoaln2020@gmail.com***. El trabajo será semanalmente revisado, por tanto, en la medida que puedas dedica un tiempo para esta guía. En el cuadro de abajo indica la **hora de inicio** cuando puedas comenzar a trabajar, **hora término** considerando el tiempo máximo que puedes demorar y **hora real de término** indicando el tiempo que realmente demoras en resolver la guía, practicando desde ya resolver una serie de ejercicios sin interrupciones en cierto tiempo.

HORA INICIO		**HORA TÉRMINO**		**HORA REAL TÉRMINO**	

RECORDEMOS ALGUNOS CONCEPTOS:

- **Función Lineal:** Se define siempre de la forma:
  $\boldsymbol{f(x) = mx}$ o $\boldsymbol{y = mx}$; $\boldsymbol{m}$ es un número real distinto de 0.

Consideremos la función $f(x) = mx$ y le asignamos valores a m, podemos observar lo siguiente:



- Si $m = 1 \rightarrow f(x) = x$ (Se forma la recta naranja)
- Si $m = 2 \rightarrow f(x) = 2x$ (Se forma la recta celeste)
- Si $m = -2 \rightarrow f(x) = -2x$ (Se forma la recta roja)

Se puede comprobar cada gráfico realizando una tabla de valores

Si vemos el efecto que produce variar el coeficiente "m" en la Función Lineal, esta corresponde a variar la inclinación que tiene la recta. A esta inclinación que toma la recta denominamos **pendiente ($\boldsymbol{m}$)**

Si cada recta fuera un camino y nuestro avance es de izquierda a derecha, podemos concluir que:

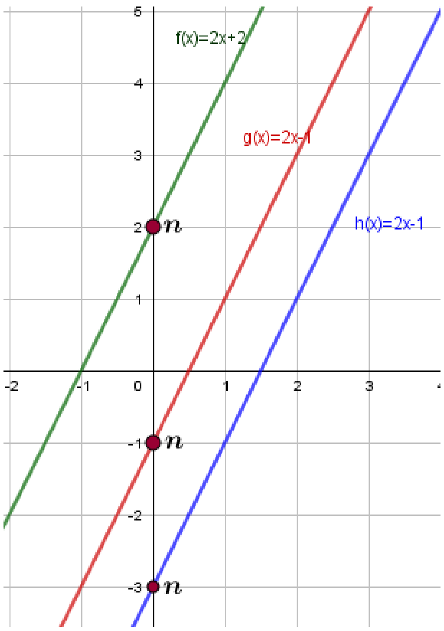
- Si $m > 0$, "subiríamos en la recta", es decir la recta es creciente.
- Si $m < 0$, "bajaríamos en la recta", es decir la recta es decreciente.
- La función Lineal **SIEMPRE** pasa por el origen.

- **Función Afín:** Se define siempre de la forma:
  $\boldsymbol{f(x) = mx + n}$ o $\boldsymbol{y = mx + n}$; $\boldsymbol{m}$ y $\boldsymbol{n}$ son números distintos de cero.

En este caso, m también representa a la pendiente y varía la inclinación dependiendo del valor de m. ¿Qué sucederá con n?

Consideremos tres funciones: $f(x) = 2x + 2$; $g(x) = 2x - 1$; $h(x) = 2x - 3$

En un mismo plano cartesiano graficamos las tres funciones para poder analizar las rectas. (Recuerda que los gráficos se pueden construir con una tabla de valores).



Considerando que las funciones son:
$f(x) = 2x + 2$ (recta verde) $m = 2; n = 2$
$g(x) = 2x - 1$ (recta roja) $m = 2; n = -1$
$h(x) = 2x - 3$ (recta azul) $m = 2; n = -3$

Las pendientes en cada una de las rectas son la misma $m = 2$. En cambio, n tomó distintos valores en cada recta. Si consideramos los puntos seleccionados (rojos) podemos ver lo siguiente:

- En la recta verde $(0,2) = (0, n)$
- En la recta roja $(0, -1) = (0, n)$
- En la recta azul $(0, -3) = (0, n)$

El coeficiente "n" indica la intersección de la recta con el eje y, por esta razón el parámetro n de la recta se denomina **Coeficiente de Posición**. Por tanto:

- La Función Lineal es una recta de pendiente (m) distinta de cero y siempre pasa por el origen.
- La función Afín es una recta de pendiente (m) y coeficiente de posición (n) distintos de cero, por tanto, la recta **nunca** pasará por el origen.

En conclusión, si la recta pasa por el origen se llama **Lineal,** si no pasa por el origen se llama **Afín.**

¿CÓMO DETERMINAR UNA FUNCIÓN LINEAL Y/O AFÍN?

Primero es necesario reconocer que toda función de comportamiento lineal se define como $\boldsymbol{f(x) = mx + n}$. Será **Lineal** si $\boldsymbol{n = 0}$ y será **Afín** si $\boldsymbol{n \neq 0}$. Por tanto, reconocemos que cada función tiene una pendiente determinada y también un coeficiente de posición. Podemos determinar completamente la recta considerando lo siguiente:

(i) Como dos puntos determinan una única recta, entonces, si conocemos dos puntos que pertenecen a la función podemos determinar la recta.

(ii) Si conocemos un punto que pertenezca a la recta y también su pendiente.

Recordemos que:

- Si (x_1, y_1) y (x_2, y_2) son puntos que pertenecen a una recta, su pendiente se calcula como:

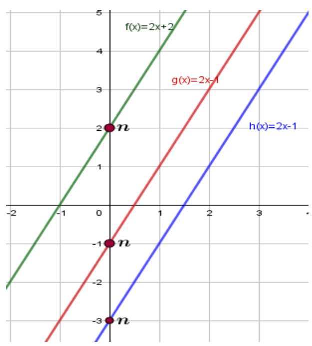
$$\boxed{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

- Toda función de comportamiento lineal se modela con la siguiente ecuación:

$$\boxed{y - y_1 = m(x - x_1)}$$

  Donde: (x, y) son puntos genéricos en la función
  (x_1, y_1) un punto conocido de la recta
  m la pendiente.

- Se dice que dos rectas son **PARALELAS** cuando ambas tienen la misma pendiente. Si consideramos las rectas de la Función Afín, podemos verlo claramente:

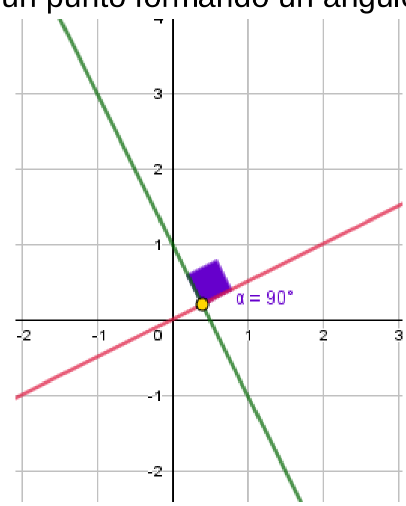


Considerando que las funciones son:
$f(x) = 2x + 2$ (recta verde) $m = 2$
$g(x) = 2x - 1$ (recta roja) $m = 2$
$h(x) = 2x - 3$ (recta azul) $m = 2$

$$\boxed{\text{Si } m_1 = m_2 \rightarrow rectas\ paralelas}$$

Recordemos que dos rectas son **paralelas** cuando nunca se intersectan.

- Se dice que dos rectas son **PERPENDICULARES** cuando se intersectan en un punto formando un ángulo recto.



Considerando que las funciones son:

$$f(x) = 1 - 2x; \quad g(x) = \frac{x}{2}$$

Entendiendo que la pendiente es *“todo lo que acompaña a x”* vemos que:

$$m_1 = -2; \quad m_2 = \frac{1}{2}$$

Multiplicando obtenemos:

$$m_1 \cdot m_2 = -2 \cdot \frac{1}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

Por tanto, si:

$$\boxed{m_1 \cdot m_2 = -1 \rightarrow rectas\ perpendiculares}$$

Analicemos el siguiente ejemplo:

¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde a la de una recta perpendicular a la de la figura?

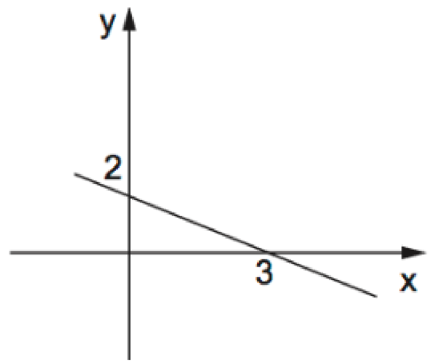
A) $3x + 2y - 1 = 0$

B) $2x - 3y - 4 = 0$

C) $2x - 3y - 5 = 0$

D) $2x - 3y - 6 = 0$

E) $3x - 2y - 6 = 0$



Solución:

En primer lugar, debemos determinar la ecuación de la recta que ya se muestra para de este modo encontrar una recta perpendicular a ella. Para esto, identificamos los puntos que aparecen en la gráfica y observamos que uno de ellos es $(0,2)$ y el otro es $(3,0)$. Como ya conocemos dos puntos, nuestro siguiente paso es calcular la pendiente, entonces:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-2}{3-0} = \boxed{-\frac{2}{3}}$$

Ahora, que ya conocemos la pendiente, no es necesario encontrar la ecuación de esta recta, sino primero debemos encontrar la pendiente de la otra recta, que sea perpendicular a la de la imagen. Es decir:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$-\frac{2}{3} \cdot m_2 = -1$$

Despejamos nuestra incógnita, como si fuera una ecuación normal, entonces:

$$-2m_2 = -1 \cdot 3$$

$$-m_2 = -\frac{3}{2} \quad / \cdot (-1)$$

$$\boxed{m_2 = \frac{3}{2}}$$

Ya conocemos la pendiente que debe tener la recta perpendicular a la recta que aparece en la imagen. Para esto, miramos las rectas que aparecen en la solución, pero hay que considerar que cuando una ecuación está escrita de la forma $\boldsymbol{y = mx + n}$**,** corresponde a la **ecuación particular de la recta**. Pero cuando está escrita de la forma $\boldsymbol{ax + by + c = 0}$**,** corresponde a la **ecuación general de la recta.**

En este caso, las soluciones están escritas de la forma general, para conocer la pendiente, necesitamos escribirlas de la forma particular. Por esta razón, despejamos "y" en cada alternativa:

A) $3x + 2y - 1 = 0$
$$2y = -3x + 1$$
$$y = \frac{-3x+1}{2}$$
$$m = -\frac{3}{2}$$

B) $2x - 3y - 4 = 0$
$$-3y = -2x + 4$$
$$-y = \frac{-2x+4}{3}$$
$$y = \frac{2x-4}{3}$$
$$m = \frac{2}{3}$$

C) $2x - 3y - 5 = 0$
$$-3y = -2x + 5$$
$$-y = \frac{-2x+5}{3}$$
$$y = \frac{2x-5}{3}$$
$$m = \frac{2}{3}$$

D) $2x - 3y - 6 = 0$
$$-3y = -2x + 6$$
$$-y = \frac{-2x+6}{3}$$
$$y = \frac{2x-6}{3}$$
$$m = \frac{2}{3}$$

E) $3x - 2y - 6 = 0$
$$-2y = -3x + 6$$
$$-y = \frac{-3x+6}{2}$$
$$y = \frac{3x-6}{2}$$
$$m = \frac{3}{2}$$

De este modo, reconocemos que la alternativa correcta es la opción E.

<u>Observación:</u>

El paso anterior no es del todo recomendable, pues puede ocurrir que al despejar cada ecuación inviertas más tiempo del necesario, otra opción para resolver era relacionar lo siguiente:

La alternativa A nos muestra inmediatamente una pendiente $m = -\frac{3}{2}$ que es similar a la buscada debe ser $m = \frac{3}{2}$ si revisamos esa ecuación de forma general notamos lo siguiente:

$3x + 2y - 1 = 0$. Esta es la alternativa A, analicemos las demás:

B) $2x - 3y - 4 = 0$

C) $2x - 3y - 5 = 0$

D) $2x - 3y - 6 = 0$

E) $3x - 2y - 6 = 0$

De este modo, comprobamos, que la siguiente opción a despejar debe ser la alternativa E. que está despejada más arriba.

Analicemos otro ejemplo:

La cuenta de luz de una localidad está dada por la función $\boldsymbol{f(x) = 3x + 600}$**,** donde x son los kwh consumidosy $f(x)$ es el precio a pagar. Si en una casa se consumen $1000\ kwh$ ¿Cuánto se pagó en la cuenta de luz?

A) 4000
B) 1600
C) 3600
D) 2400
E) 6000

Solución:

Como la información entregada con respecto a la casa indica los kwh, es decir, x, evaluamos en la función para obtener su precio:

$$\begin{aligned} f(1000) &= 3 \cdot 1000 + 600 \\ &= 3000 + 600 \\ &= 3600 \end{aligned}$$

La opción correcta es la letra C

AHORA PRACTICA TÚ

Recuerda considerar el tiempo de inicio, el de término y el tiempo real que demoras en resolver la guía. Pues sólo debes contemplar el desarrollo de estos ejercicios para medir el tiempo.

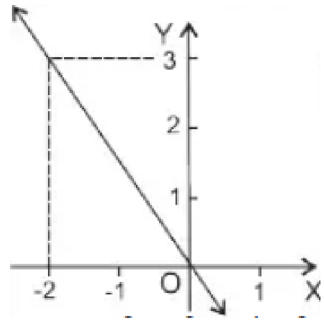
1. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones es (son) falsa(s) con respecto a la recta $2x - y + 3 = 0$?

   I. Una recta paralela a ella es $4x + 2y = 10$
   II. El punto $(3,3)$ pertenece a la recta
   III. Corta al eje y en el punto $(0, -3)$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo II y III

2. La ecuación cartesiana que mejor representa a la recta es:

   A) $2x - 3y = 0$
   B) $2x + 3y = 0$
   C) $3x + 2y = 0$
   D) $3x - 2y = 0$
   E) $3x + y = 0$



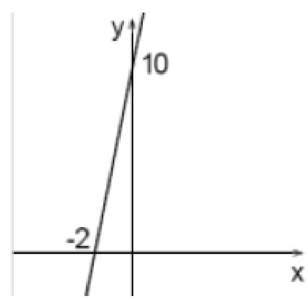
3. Una persona estima que el tiempo, en minutos, que demora en llegar al trabajo está dado por la función $\boldsymbol{t(h) = 20 + 10h}$, donde h es la distancia en kilómetros. ¿Cuál es la distancia de su casa a la oficina, si se demora 1 hora en llegar?

A) $3.500\ m$
B) $3.800\ m$
C) $4.000\ m$
D) $4.200\ m$

4. En la figura, cuáles de las siguientes aseveraciones es (son) verdaderas

   I. $m = 5$
   II. El punto $(1,15)$ pertenece a la recta
   III. La recta está modelada por la función $y = 5x - 10$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo I y III



5. Un recipiente que contiene $1000\ lt$ de aceite, pierde constantemente 2 litros por minuto debido a un agujero. Al mismo tiempo el recipiente se llena de manera permanente a razón de 5 litros por hora ¿Cuál de las siguientes expresiones modela la cantidad de litros L en el recipiente, en función del tiempo t, medido en minutos?

A) $L(t) = 1000 - \frac{47}{12}t$

B) $L(t) = 1000 - \frac{23}{12}t$

C) $L(t) = 1000 + 3t$

D) $L(t) = 1000 - 3t$

E) $L(t) = 1000 - 115t$