



ACTIVIDAD 6: Necesidad y aplicación de los números complejos
PLAN COMÚN

Nombre: _____ Curso: 3° medio Fecha: _____

Objetivos a Evaluar:

1. Resolver problemas que involucren potencias de “i”
2. Resolver raíces cuyas cantidades sub-radicales sean negativas

INSTRUCTIVO:

DEBES LEER ATENTAMENTE TODA LA GUÍA, COMPLETAR Y RESOLVER CADA UNA DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA **DOS CLASES DE TRABAJO**

EN CASO DE TENER PREGUNTAS CON RESPECTO A LA GUÍA 6, PUEDES COMUNICARTE CON LA PROFESORA **SUSY RUBIO C.** ENVIANDO UN CORREO A susy.rubio.liceoninas@gmail.com LOS LUNES DESDE LAS 16:00 HRS HASTA LAS 18:00. HRS.

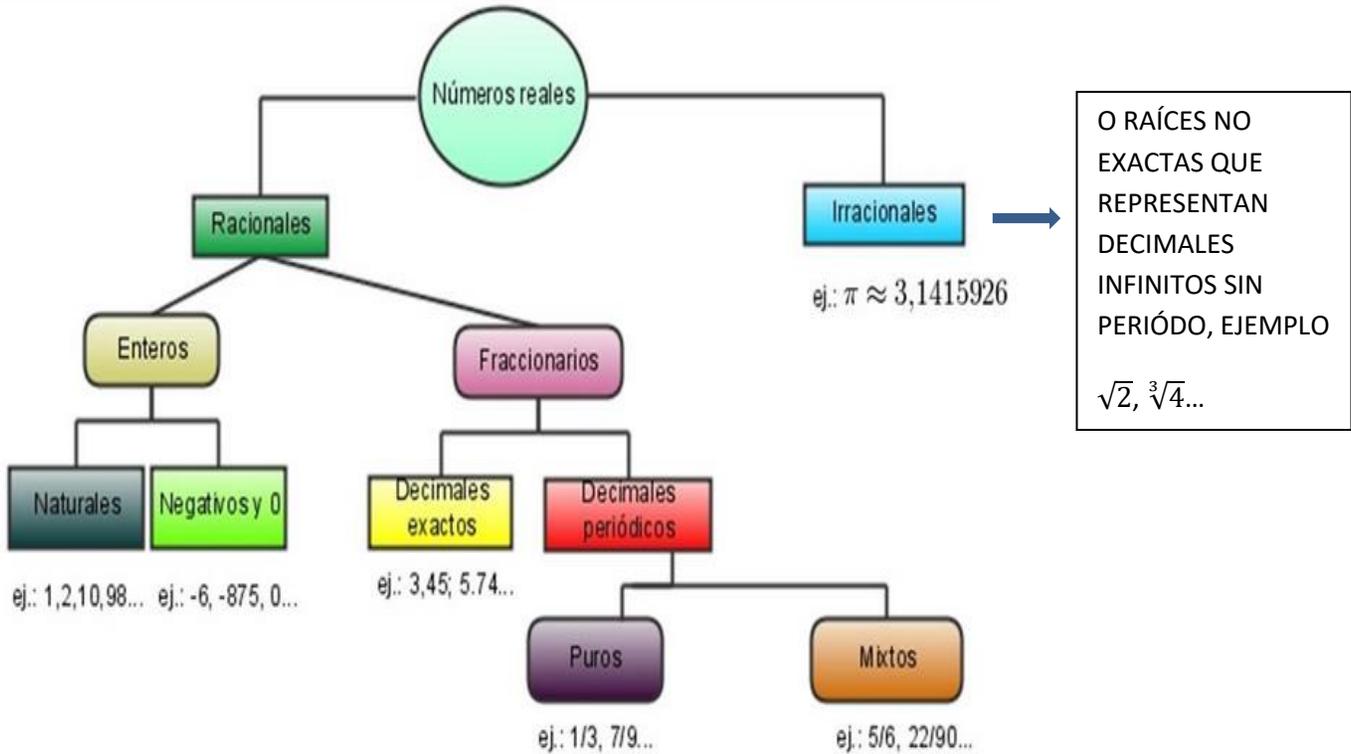
EN EL CORREO ANTES MENCIONADO DEBES ENVIAR TUS RESPUESTAS Y/O SOLUCIONES DE ESTA GUIA. LA FECHA DE **RECEPCION** SERÁ INFORMADA POR TU PROFESOR(A) JEFE, **SOLO LAS RESPUESTAS EN WORD O FOTO**, INDICANDO CURSO, NOMBRE Y NÚMERO DE ACTIVIDAD.

RECUERDA LO MAS IMPORTANTE, ES QUE ESTE **TRABAJO ES INDIVIDUAL**, RESPETANDO EL PROCESO QUE ESTAMOS VIVIENDO, PERO ESO NO IMPIDE QUE PUEDES APOYARTE O CONSULTAR CON TUS COMPAÑERAS A TRAVÉS DE REDES SOCIALES.

ACTIVIDAD 6: TERCERO MEDIO

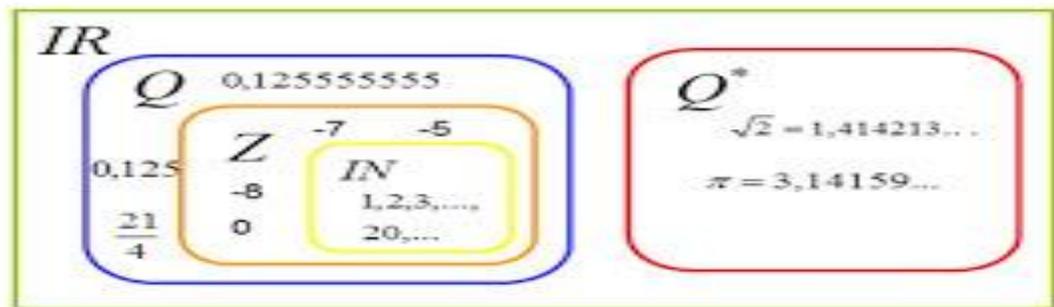
RECUERDA: EN AÑOS ANTERIORES, LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA TE DECÍAN “EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES NO ES EL ÚLTIMO...” PUES DESDE HOY DESCUBRIRAS QUE NO TE MENTIAMOS.

EN SEGUNDO MEDIO, ES CASI SEGURO, QUE TU PROFESOR HIZO UN ESQUEMA, QUIZAS COMO EL QUE SIGUE, EN LA PIZARRA



O TAL VEZ ASÍ, PERO EN AMBOS DESCUBRISTE LA EXISTENCIA DE LOS REALES COMO EL CONJUNTO NUMÉRICO MAS GRANDE...PERO ESTÓ, SÓLO HASTA SEGUNDO MEDIO...

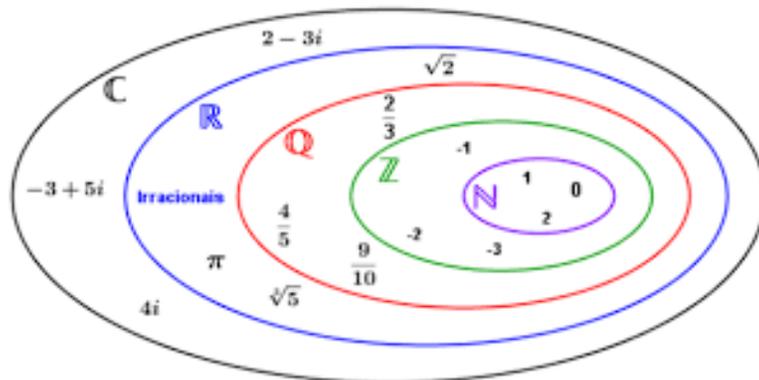
Conjuntos numéricos



EL PROBLEMA SE PRODUCÍA CUANDO SE INTENTABA BUSCAR LA SOLUCIÓN DE UNA RAÍZ CUADRADA DE UN NÚMERO NEGATIVO, QUE EN CALCULADORA APARECÍA **ERROR**

PRUEBA CON $\sqrt{-4}$, ¿OCURRIÓ LO QUE TE DIJE?

LAS CALCULADORAS TRABAJAN, SÓLO CON NÚMEROS REALES, POR ESO SE DICE QUE $\sqrt{-4}$ NO TIENE SOLUCIÓN EN LOS REALES. ES POR ESTO ÚLTIMO, QUE EL CONJUNTO SE AMPLIA Y SE CREA EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS: \mathbb{C} .



VAMOS POR PARTE, COSAS QUE SABER ANTES DE TRABAJAR CON LOS NÚMEROS COMPLEJOS (LA UNIDAD IMAGINARIA Y COMO CALCULAR RAÍCES CUADRADAS DE NÚMEROS NEGATIVOS):

PRIMERA CLASE

POTENCIAS DE i :

¿QUÉ ES UN NÚMERO IMAGINARIO? SE CONOCE COMO UNIDAD IMAGINARIA, EL NUMERO i ES LLAMADO UNIDAD IMAGINARIA **i^2 ES IGUAL A -1**, TAL COMO LO USAREMOS EN **LA SEGUNDA CLASE**. Y AL HABLAR DE LAS POTENCIAS DE i ME REFIERO QUE CUMPLEN CON LAS PROPIEDADES DE CUALQUIER POTENCIA (CONSERVA BASE SE SUMAN EXPONENTE, ENTRE OTRAS), COMO LO VEMOS EN LA TABLA SIGUIENTE

$$\begin{aligned}i^0 &= 1 \\i^1 &= i \\i^2 &= -1 \\i^3 &= i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i \\i^4 &= i^2 \cdot i^2 = -1 \cdot -1 = 1 \\i^5 &= i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i \\i^6 &= i^4 \cdot i^2 = 1 \cdot -1 = -1 \\i^7 &= i^6 \cdot i = -1 \cdot i = -i\end{aligned}$$



ATENCIÓN SI OBSERVAMOS CON CUIDADOS LA TABLA, LAS POTENCIAS DE i , TOMAN SÓLO 4 VALORES FINALES POSIBLES (SE REPITEN) ESTOS SON:

$$1, i, -1, -i$$

Y ASÍ SUCESIVAMENTE...

EN LA TABLA VIMOS LOS VALORES DESDE i HASTA i^7 HACIENDO USO DE DESCOMPOSICIÓN, HASTA MULTIPLICACIÓN DE IGUAL BASE, SEGÚN ESTA LÓGICA CALCULEMOS i^{15}

$i^{15} = i^5 \cdot i^5 \cdot i^5 \longrightarrow$ *descompuse $15=5+5+5$, podría haber usado cualquier valor de la tabla que al sumar me diese 15. y se aplica propiedad de multiplicación de potencias de igual base*

$= i \cdot i \cdot i \longrightarrow$ *i^5 lo reemplace por i que es el valor de la tabla*

$= i^3 \longrightarrow$ *conserva base y suma exponente*

$= -i \longrightarrow$ *valor final de la tabla*

PERO, TE IMAGINAS HACIENDO ESTO CON POTENCIAS COMO POR EJEMPLO i^{115}

MUY LARGO VERDAD, BUENO EXISTE UNA TÉCNICA QUE TE EXPLICARE, CLARO QUE NO OLVIDAREMOS LAS POTENCIAS

SI TE DAS CUENTA, CADA CUATRO LA SOLUCIÓN ES “1”, POR LO TANTO, HAREMOS CON EL EXPONENTE LO SIGUIENTE:

$$115 : 4 = 28$$

$$35$$

$$3$$

SE DIVIDE POR 4

ES EL RESTO, HASTA ACÁ SE LLEGA, NO QUIERO SACAR DECIMALES

*** O SEA: $115 = 28 \cdot 4 + 3$ SI NO ME CREES, USA TU CALCULADORA

ENTONCES:

$i^{115} = i^3$ *el resto de la división queda en el exponente*

$= -i$ *VALOR según la tabla*

MAS EJEMPLOS RESUELTOS:

1) $i^{201} = i^1$

$= i$

$201 = 50 \cdot 4 + 1$ ESTO QUEDO AL DIVIDIR
SEGÚN TABLA

$$2) i^{2020} = i^0 = 1 \quad 2020 = 505 \cdot 4 + 0 \text{ ESTO ME QUEDO AL DIVIDIR CUALQUIER VALOR ELEVADO A CERO DA 1}$$

$$3) i^{8087} = i^3 = -i \quad 8087 = 2021 \cdot 4 + 3 \text{ ESTO ME QUEDO AL DIVIDIR SEGÚN TABLA}$$

$$4) i^{34} = i^2 = -1 \quad 34 = 8 \cdot 4 + 2 \text{ ESTO ME QUEDO AL DIVIDIR SEGÚN TABLA}$$

$$5) 2i^{209} + 3i^{403} = 2 \cdot i^1 + 3 \cdot i^3 \text{ RESTOS DE LA DIVISIÓN}$$

$$= 2 \cdot i + 3 \cdot (-i) \text{ SEGÚN TABLA}$$

$$= 2i - 3i \text{ ALGEBRA}$$

$$= -i \text{ OPERATORIA ALGEBRAICA}$$

EN CONCLUSIÓN, LO MÁS RÁPIDO, ES LA ESTRATEGIA DE LA DIVISIÓN DESARROLLADA EN LOS EJEMPLOS ANTERIORES

PASOS A SEGUIR PARA CALCULAR POTENCIAS DE UNIDAD IMAGINARIA, SON:



1° DIVIDIR POR CUATRO Y QUEDARSE HASTA EL RESTO CUYOS VALORES PUEDEN SER: 0, 1, 2 Y 3

2° EL RESTO OBTENIDO PASA A OCUPAR EL VALOR DEL EXPONENTE

3° LA SOLUCIÓN FINAL SERÁ SEGÚN SÓLO LOS SIGUIENTES VALORES

$$i^0 = 1 \quad i^1 = i \quad i^2 = -1 \quad i^3 = -i$$

Y NO NECESITAS NADA MAS. AHORA TU A TRABAJAR

CALCULAR EL VALOR DE LAS SIGUIENTES POTENCIAS DE “*i*”, REDUCE AL MÁXIMO EL RESULTADO. NO OLVIDES UTILIZAR LA TABLA DADA ANTERIORMENTE, VER LOS EJEMPLOS RESUELTOS Y APLICAR PROPIEDADES DE POTENCIA:

A) $i^7 =$

B) $i^{22} =$

C) $2i^9 + 12i^{11} =$

D) $3i^{50} - 12i^{52} =$

RETO PERSONAL: ¿PUEDES RESOLVER LOS SIGUIENTES EJEMPLOS? ¿QUÉ ESTRATEGIAS O TÉCNICAS PUEDES UTILIZAR?

$$16i \left(\frac{i^{27} \cdot i^{42} \cdot i^{-92}}{4i^6 i^7} \right)^4$$



$$\frac{-11i^{31} + 12i^{67}}{-i^{2012}}$$

SEGUNDA CLASE

AHORA, COMO SE SOLUCIONA NUESTRO PROBLEMA DE LA INTRODUCCIÓN, ES DECIR, COMO CACULAR $\sqrt{-4}$:

- 1) $\sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot -1}$ PROPIEDAD MULTIPLICATIVA POR -1
 $= \sqrt{4 \cdot i^2}$ APARECE EL NÚMERO IMAGINARIO $i^2 = -1$
 $= \sqrt{4} \cdot \sqrt{i^2}$ MULTIPLICACIÓN DE RAÍCES
 $= \pm 2 \cdot i$ CALCULO DE RAÍCES EXACTAS
 $= \pm 2i$ EXPRESIÓN ALGEBRAICA
- 2) $\sqrt{-25} = \sqrt{25 \cdot -1}$ PROPIEDAD MULTIPLICATIVA POR -1
 $= \sqrt{25 \cdot i^2}$ APARECE EL NÚMERO IMAGINARIO $i^2 = -1$
 $= \sqrt{25} \cdot \sqrt{i^2}$ MULTIPLICACIÓN DE RAÍCES
 $= \pm 5 \cdot i$ CALCULO DE RAÍCES EXACTAS
 $= \pm 5i$ EXPRESIÓN ALGEBRAICA
- 3) PERO ¿QUÉ PASA CON RAÍCES NO EXACTAS? VEAMOS UN EJEMPLO
 $\sqrt{-3} = \sqrt{3 \cdot -1}$ PROPIEDAD MULTIPLICATIVA POR -1
 $= \sqrt{3 \cdot i^2}$ APARECE EL NÚMERO IMAGINARIO $i^2 = -1$
 $= \sqrt{3} \cdot \sqrt{i^2}$ MULTIPLICACIÓN DE RAÍCES
 $= \pm \sqrt{3} \cdot i$ COMO $\sqrt{3}$ NO ES EXACTA SE CONSERVA
 $= \pm \sqrt{3} i$ EXPRESIÓN ALGEBRAICA
- 4) ¿QUÉ PASA CON RAÍCES QUE SE PUEDEN DESCOMPONER?
 $\sqrt{-18} = \sqrt{18 \cdot -1}$ PROPIEDAD MULTIPLICATIVA POR -1
 $= \sqrt{18 \cdot i^2}$ APARECE EL NÚMERO IMAGINARIO $i^2 = -1$
 $= \sqrt{9 \cdot 2} \cdot \sqrt{i^2}$ MULTIPLICACIÓN DE RAÍCES Y DESCOMPOSICIÓN
 $= \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{i^2}$ $18=9 \cdot 2$, DONDE 9 TIENE RAÍZ CUADRADA EXACTA
 $= \pm 3 \cdot \sqrt{2} \cdot i$ Y 2 NO POSEE RAÍZ CUADRADA EXACTA
 $= \pm 3\sqrt{2} i$ COMO $\sqrt{2}$ NO ES EXACTA SE CONSERVA
EXPRESIÓN ALGEBRAICA

AHORA TE TOCA A TI:

NO OLVIDES APOYARTE EN LOS EJEMPLOS RESUELTOS ANTERIORMENTE:

- a. $\sqrt{-121}$
- b. $-\sqrt{-0,04}$
- c. $\sqrt{-0,321}$
- d. $\sqrt{-\frac{1024}{625}}$
- e. $3\sqrt{23-104}$
- f. $-\sqrt{-4\sqrt{7056}}$
- g. $7\sqrt{-49} - \sqrt{-\frac{49}{4}}$
- h. $\frac{1}{8}\sqrt{-\sqrt{64} + \sqrt{\sqrt{64}} i}$
- i. $(\sqrt{-32} + \sqrt{-98} - \sqrt{-128}) : (2\sqrt{196} - \sqrt{144})$
- j. $\frac{\sqrt{-256}}{\sqrt{-343}}$

IMPORTANTE RECORDAR DE RAÍCES:

1) $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$ RAÍZ DE UNA FRACCIÓN ES IGUAL A

$\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$ DIVISION S DE RAÍCES

2) $-\sqrt{9} = -3$ EL SIGNO ES DE LA RAÍZ SE

CONSERVA

3) $\sqrt{0,09} = \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{3}{10}$ LO QUE HICE FUE
CONVERTIR EL DECIMAL EN FRACCIÓN

REFLEXION FINAL:

- ¿CON QUÉ RELACIONAS LO TRABAJADO EN ESTA GUÍA, HACIENDO COMPARACIONES CON AÑOS ANTERIORES?
- ¿QUÉ HACES TU PARA LLEGAR A LAS INFORMACIÓN SOLICITADA?
- ¿QUÉ TE RESULTO MÁS FÁCIL?
- ¿QUÉ TE RESULTO MÁS COMPLEJO?

SEÑALA POR LO MENOS DOS CONCEPTOS APRENDIDOS O RECORDADOS



TU QUIERES ... TU PUEDES